

MOGUĆNOST ODREĐIVANJA POUZDANOSTI ELEMENATA MAŠINSKIH SISTEMA U PROCESU KONSTRUISANJA

POSSIBILITY OF DETERMINING RELIABILITY OF ELEMENTS MECHANICAL SYSTEMS IN THE DESIGN PROCESS

Mustafa Imamović
Sabahudin Jašarević
Abaz Manduka
University of Zenica, Zenica B&H

REZIME

U radu se daje mogućnost određivanja pouzdanosti elemenata mašinskih sistema u procesu konstruisanja na osnovu razmatranja radnih i kritičnih stanja elemenata. Određuje se stohastički karakter stanja te raspodjele radnih i kritičnih stanja izraženih matematičkim funkcijama koje obuhvataju cijelu oblast mogućih rasipanja. U praksi otkazi koji su mjerilo vjerovatnoće otkaza se određuju za izabrane predstavnike raspodjela u zavisnosti od stepena preklapanja, vjerovatnoće pojave najvećih napona i vjerovatnoće pojave zbirne učestalosti kritičnih napona. Rezultat toga je određen stepen preklapanja koji predstavlja vjerovatnoću otkaza. Kao primjer određivanja pouzdanosti u procesu konstruisanja se daje slučaj kada su obe funkcije raspodjele date kao Weibulllove funkcije. Rezultati u ovom radu su dati kao numerički.

Ključne riječi: pouzdanost elemenata, radna i kritična stanja, Weibullova raspodjela

SUMMARY

The paper gives the possibility of determining the reliability of the elements of mechanical systems in the design process on the basis considerations of working and critical status elements. Determines the stochastic character of the states of a the distribution of jobs and critical conditions expressed by mathematical functions that cover whole area of possible dissipation. In practice, failures which are a measure of probability of failure is determined by elected representatives distribution depending on the degree of overlap, probability of occurrence of the greatest stress and probability of occurrence of cumulative incidence of critical stress. The result is a degree of overlap, which represents the probability of failure. As an example of determining the reliability of the design process is given to the case when both functions are given as a Weibull distribution function. The results in this paper are given as numeric.

Keywords: reliability of elements, work and critical condition, Weibull distribution

1. UVOD

Pouzdanost je vjerovatnoća, na određenom nivou povjerenja, da će uređaj / sistem uspješno obavljati funkciju za koju je namijenjen, bez otkaza i unutar specificiranih granica performansi, uzimajući u obzir prethodno vrijeme korištenja sistema, u toku specificiranog vremena trajanja zadatka, kada se koristi na propisan način i u svrhu za koju je namijenjen

pod specificiranim nivoima opterećenja. Ona se iskazuje kao vjerovatnoća, brojčano od 0 – 1 (0% - 100%) [1]. Pri tome su otkazi mjera nepouzdanosti tj. stanja kada elementi ne mogu da vrše ispravno svoju funkciju. Predviđanje ovih kritičnih stanja se svodi na procjenu uzroka, odnosno predviđanje vjerovatnoće otkaza koja predstavlja nepouzdanost F i koja omogućuje određivanje pouzdanosti na osnovu jedinstvene veze $F + R = 1$.

U postupku konstruisanja mašinskih sistema neophodno je odrediti pouzdanost elemenata kako bi se mogla odrediti / predvidjeti pouzdanost cijelog sistema. Dva su osnovna elementa koje je neophodno poznavati u postupku predviđanja pouzdanosti elementa sistema, a to su raspodjele radnih i kritičnih stanja (napona), te stepen preklapanja funkcija koje opisuju ta stanja za radni vijek [2].

Radna stanja / napone je moguće u slučaju konstruisanja pretpostaviti za predviđene radne uslove elemenata sistema, te definisati funkciju za radni vijek. Za tako definisanu funkciju moguće je odrediti funkciju kritičnih stanja. Uspostavljanjem odnosa stanja moguće je definisati stepen preklapanja, odnosno vjerovatnoću otkaza koja predstavlja nepouzdanost. Na osnovu ovako definisane nepouzdanosti može se predvidjeti pouzdanost elemenata, a time se uspostavlja i uslovi da se odredi pouzdanost posmatranog mašinskog sistema.

2. IZBOR RASPODJELA RADNIH $f(s)$ I KRITIČNIH OPTEREĆENJA $f(S)$

U procesu konstruisanja predviđa se vjerovatnoća otkaza elemenata / osnovnog dijela odnosno njihova pouzdanost. Na osnovu definisane pouzdanosti, utvrđuju se dimenzije i ostale konstruktivne karakteristike.

Problem pri predviđanju vjerovatnoće otkaza je nepoznavanje oblika raspodjela, rasipanja vrijednosti radnih i kritičnih opterećenja kao i uticaj drugih faktora koji su stohastički promjenljivi. Za rješavanje ovog problema postoje u suštini dvije mogućnosti.

Prva mogućnost podrazumijeva da se utvrđivanje navedenih raspodjela provede eksperimentalnim metodama. Ove metode su dugotrajne, skupe i zahtijevaju posebnu opremu. Dobiveni rezultati se pri tome mogu koristiti samo za iste ili slične uslove eksploatacije. Formiranje raspodjela za radni vijek podrazumijeva prognoziranje udjela pojedinih eksperimentom utvrđenih raspodjela u radnom vijeku.

Druga mogućnost je u usvajanju tj. prihvatanju već određenih raspodjela, njihovih oblika i rasipanje radnih i kritičnih opterećenja na osnovu opštih znanja o elementima i uslovima u kojima oni rade. Rezultati do kojih se dolazi ovom metodom su manje tačni ali je postupak daleko jednostavniji i jeftiniji.

Nakon utvrđenih ili usvojenih raspodjela radnih i kritičnih opterećenja (u kontinuiranom ili stepenastom obliku) neophodno je utvrditi stepen preklapanja istih sa ciljem izračunavanja vjerovatnoće otkaza za date uslove rada.

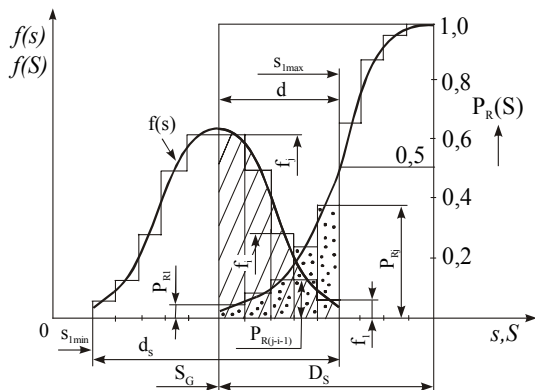
Vjerovatnoća otkaza, a time i pouzdanost se dobiva rješavanjem opšte jednačine pouzdanosti (1) i (2). Ista se može riješiti samo za određen mali broj raspodjele.

$$R = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \left[\int_{s_1}^{\infty} f(S) \cdot dS \right] \cdot ds \quad \dots(1)$$

$$R = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f(S) \left[\int_{-\infty}^{s_1} f(s) \cdot ds \right] dS \quad \dots(2)$$

$f(s)$ – raspodjela radnih stanja, $f(S)$ – raspodjela kritičnih stanja

Za ostale raspodjele rješenje se dobiva primjenom složenijih metoda proračuna.



Slika 1. Preklapanje raspodjela radnih $f(s)$ opterećenja i vjerovatnoće otkaza kritičnih opterećenja $P_R(S)$

Za slučaj da se kontinuirane raspodjele prikažu u stepenastom obliku pogodnom za numerički postupak rješavanja onda se prema slici 1. mogu uočiti karakteristične veličine mjerodavne za proračun vjerovatnoće otkaza elementa kome pripadaju takve raspodjele. Stepen preklapanja označen je sa d , a rasipanja vrijednosti funkcija sa d_s i D_s . Za ovakav slučaj, vjerovatnoća otkaza se u opštem slučaju može odrediti kao:

$$P_f = \int_{S_G}^{s_{1max}} f(s) P_R(S) ds \quad \dots(3)$$

Izraz (3) vrijedi za kontinuiranu raspodjelu funkcija $f(s)$ i $P_R(S)$. U slučaju preklapanja stepenastih raspodjela, vjerovatnoća otkaza se može izraziti kao:

$$P_f = \sum_{i=1}^j f_i P_{R(i+1)} \quad \dots(4)$$

Sa slike 1. se vidi kako se kontinuirane raspodjele i njihove vjerovatnoće mogu prikazati u stepenastom obliku pogodnom za utvrđivanje vjerovatnoće otkaza numeričkim putem. Funkcije kod kojih se integral u izrazu (3) može riješiti standardnim načinom mogu se predstavljati u kontinuiranom obliku. Međutim, za funkcije za koje to nije moguće, iste se prikazuju u stepenastom obliku i vjerovatnoća otkaza se utvrđuje prema izrazu (4).

3. PRORAČUN VJEROVATNOĆE OTKAZA ELEMENATA ZA USVOJENE RASPODJELE RADNIH I KRITIČNIH OPTEREĆENJA

Iz istraživanja koje su provedene u cilju utvrđivanja vjerovatnoće otkaza elemenata u postupku konstruisanja došlo se do saznanja da je za njegovo provođenje neophodno poznavanje: oblika raspodjele, veličine rasipanja radnih i kritičnih opterećenja, te odnos veličine rasipanja i stepena preklapanja raspodjela [2].

Oblici raspodjele opterećenja se usvajaju eksperimentalno i teorijski. Ako postoje neki podaci, npr. eksperimentalni, treba usvojiti pomenute funkcije prema odgovarajućim parametrima. U suprotnom slučaju treba istraživanje obaviti sa predloženim reprezentantima i to najbolje sa više varijanti tj. kombinacija.

Veličina rasipanja radnih u_{sg} i kritičnih u_{sg} opterećenja je drugi element proračuna. Ovim vrijednostima odgovaraju razlike maksimalnih i minimalnih veličina radnih i kritičnih opterećenja $d_s = s_{max} - s_{min}$, i $D_s = S_{max} - S_{min}$. U cilju izračunavanja vjerovatnoće otkaza dovoljno je poznavanje odnosa D_s/d_s [3].

Treći element je veličina preklapanja raspodjela radnih i kritičnih opterećenja $d = s_{max} - s_{min}$ (prema slici 1). Ako se uspostavi odnos veličine preklapanja d i veličine rasipanja radnih opterećenja D_s , kao $C_s = d / i$ omogućena je slikovita analiza parametara vjerovatnoća. Na slici 1. su prikazani ovi elementi potrebni za proračun u opštem slučaju.

Integral proizvoda funkcije gustoće raspodjele i zbirne vjerovatnoće kao i rješanje opšte funkcije pouzdanosti (1.) i (2.) se može odrediti za samo mali broj raspodjela tj. njihovih funkcija. Zbog toga se ovdje daje način rješavanja opšte jednačine te izračunavanje vjerovatnoće otkaza elemenata numeričkim putem, tj. zamjenom kontinuiranih oblika funkcija stepenastim raspodjelama.

Pri tome se koristi jednačina u obliku:

$$P_f = \sum_{i=1}^j f_i P_{R(j-i+1)} \quad \dots(5)$$

Relativna učestanost f_i se određuje za svaki interval karakterističnih veličina s sa širinom intervala Δs . Ako je k broj intervala tada je $\Delta s = D_s / k$. Vjerovatnoća pojave veličine $f(s)$ za promjenljivu s u sredini širine intervala jednaka je proizvodu $f(s)$ i širine intervala Δs . Vjerovatnoća $P_{R(j-i+1)}$ se određuje za iste intervale $\Delta s = \Delta S$ i vrijednosti s u intervalu d . Ovako postavljen proračun predstavlja numeričko određivanje vjerovatnoće otkaza, a nakon toga i pouzdanosti.

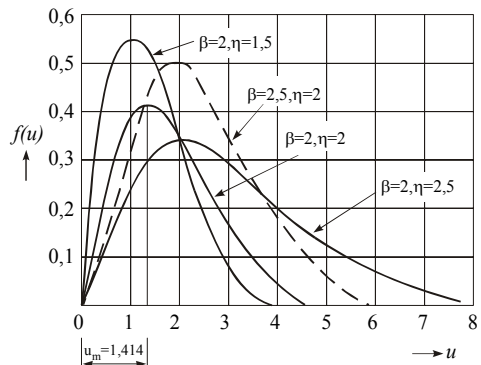
4. NUMERIČKO ODREĐIVANJE VJEROVATNOĆE OTKAZA ZA WEIBULL-ovu RASPODJELU

Za određivanje pouzdanosti elemenata racionalno je od beskonačnog broja raspodjela odabrati samo reprezentativne za date uslove opterećenja. Simetrična raspodjela opterećenja može se najbolje predstaviti sa normalnom raspodjelom. Nesimetrična raspodjela učestalosti opterećenja može se prikazati sa Weibull-ovom raspodjelom. Na slici 2. je prikazana Weibull-ova raspodjela.

Weibull-ova raspodjela se može prikazati kao

$$f(u) = \frac{\beta}{\eta} u^{\beta-1} e^{-\left(\frac{u}{\eta}\right)^\beta} \quad \dots(6)$$

$$P_R = 1 - e^{-\left(\frac{u}{\eta}\right)^\beta} \quad \dots(7)$$



Slika 2. Weibull-ova raspodjela opterećenja za različite vrijednosti β i η

U slučaju da se raspodjela radnih i kritičnih opterećenja elemenata u fazi konstruisanja predstavlja sa Weibull-ovom raspodjelom sa parametrima $\beta = 2$ i $\eta = 2$ funkcije vjerovatnoće imaju oblik:

$$F(u) = \frac{1}{2} u e^{-\left(\frac{u}{2}\right)^2} \quad \dots(8)$$

$$P_R = 1 - e^{-\left(\frac{u}{2}\right)^2} \quad \dots(9)$$

Vrijednosti funkcija utvrđene numeričkim putem iz stepenastog oblika funkcija primjenom izraza (8) i (9) su prikazane u tabeli 1.

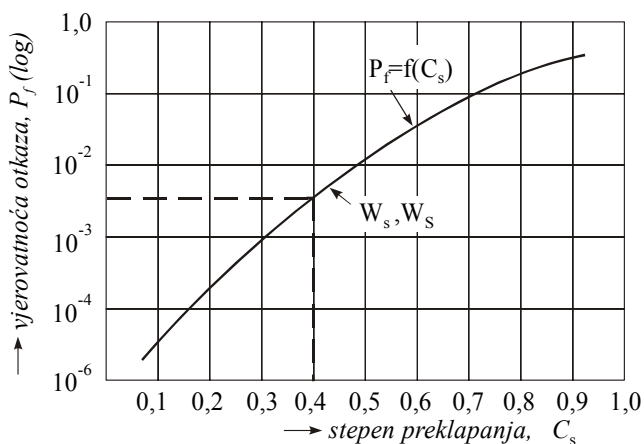
Tabela 1. Vrijednosti funkcija $f(u)$ i P_R za $W(\beta = 2, \eta = 2)$

u	0,3	0,9	1,5	2,1	2,7	3,3	3,9	4,5	5,1	5,2
$f(u)$	0,14666	0,3675	0,42733	0,34864	0,21818	0,10842	0,04351	0,01424	0,03824	0,000845
P_R	0,02224	0,1833	0,4302	0,66796	0,83837	0,93428	0,97776	0,99367	0,9985	0,99970

Vrijednosti vjerovatnoće otkaza za različite stepene preklapanja $C_s = d/D_s = d/D_S$ za $W(\beta=2, \eta=2)$ su date u tabeli 2.

Tabela 2. Vrijednost P_f za različite vrijednosti C_s

$C_s = d/D_s$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
P_f	$1,8 \cdot 10^{-5}$	$2,405 \cdot 10^{-4}$	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$5,77 \cdot 10^{-3}$	$1,979 \cdot 10^{-2}$	$5,698 \cdot 10^{-2}$	$1,398 \cdot 10^{-1}$	$4,379 \cdot 10^{-1}$	$5,323 \cdot 10^{-1}$



Slika 3. Grafički prikaz funkcije $P_f = f(C_s)$ za $W_s(2,2)$ i $W_S(2,2)$

Na slici 3. je dat grafički prikaz određivanja vjerovatnoće otkaza P_f za slučaj da se raspodjele radnih i kritičnih opterećenja mogu prikazati sa Weibull-ovim raspodjelama $W_s(2,2)$, $W_S(2,2)$.

Naravno, poslije ovako određenog stepena preklapanja i vjerovatnoće otkaza moguće je korištenjem naprijed datih izraza definisati / predvidjeti pouzdanost elemenata, a time i ukupnog mašinskog sistema.

5. ZAKLJUČCI

Na osnovu navedenog, može se zaključiti da izloženi pristup i metoda omogućavaju konstruktoru da u fazi konstruisanja procjeni vjerovatnoću otkaza i pouzdanost razmatranih elementa sistema za različite uslove rada pod kojim bi sistem mogao raditi u svom radnom vijeku. Na taj način se omogućava jasan uvid o uticajima bitnih karakteristika raspodjele rasipanja na veličinu vjerovatnoće otkaza. Korištenjem ovakve metode mogu se jednostavno odrediti uslovi, raspodjele i stepeni preklapanja pri kojima se može očekivati unaprijed usvojena željena ili dozvoljena vjerovatnoća otkaza, odnosno pouzdanosti. U ovom radu je data jedna od mogućnosti, kao i primjer numeričke metode kod Weibull-ove raspodjele.

6. LITERATURA

- [1] Imamović M.: Teorija pouzdanosti, Zenica 2010.
- [2] Imamović M.: Pouzdanost elemenata u fazi konstruisanja, Zenica 2013.
- [3] Savić Z.: Treći severov simpozijum o mehaničkim prenosnicima, Subotica 1991.
- [4] Ognjanović M.: Razvoj i dizajn mašina, Mašinski fakultet Beograd 2007.